

Моя тема звучит так: Математическая логика. Логические задачи (Нахождение соответствия между множествами). Я подобрала материал к уроку, в нем задачи на нахождение соответствия между множествами.

Часто при решении логических задач используют таблицы, в связи с тем, что задачи могут содержать много условий, которые все сразу трудно удержать в голове. Поэтому ученики должны составить таблицу. Она составляется при внимательном прочтении и анализе условия задачи, после чего вся содержащаяся информация в задаче отображается в таблице. Такая обработка условия данных задачи значительно облегчает ее решение, а иногда является единственным способом решения.

С помощью таблиц можно решать различные типы задач, например: задачи на соответствие между элементами различных множеств, задачи на упорядочение множеств, задачи с ложными высказываниями, турнирные задачи и т. д.

Изучая окружающий нас мир, математика рассматривает не только его объекты, но и главным образом связи между ними. Эти связи называют зависимостями, отношениями, функциями, соответствиями.

Например, при вычислении длин предметов устанавливаются соответствия между предметами и числами, которые являются значениями их длин;

Конкретные зависимости, соответствия, отношения между объектами в математике изучались с момента ее возникновения. Но вопрос о том, что общее имеют самые разные соответствия, какова сущность любого соответствия, был поставлен в конце XIX - начале XX века, и ответ на него был найден в рамках теории множеств.

В начальном курсе математики изучаются различные взаимосвязи между элементами одного, двух и более множеств.

Я сейчас прочитаю высказывание известного педагога, Яна Амоса Коменского.

«Считай несчастным тот день или тот час, в который ты не усвоил ничего нового и ничего не прибавил к своему образованию».

Я желаю вам сегодня в этом смысле стать капельку счастливее. Тема нашего сегодняшнего занятия звучит так: (логические задачи. Нахождение соответствия между множествами»)

Назначение данного этапа - установить правильно ли понята задача, выяснить, не противоречит ли полученный ответ всем другим условиям задачи. Этот этап является обязательным при решении задач. Следует помнить, что логичные рассуждения на других этапах решения задачи не гарантируют правильности ее решения: получение результата не означает

еще, что задача решена правильно, что для решения выбран лучший, наиболее удачный вариант.

Табличный способ решения логических задач- с помощью таблиц- также прост и нагляден, но его можно использовать только в том случае, когда требуется установить соответствие между двумя множествами. Он более удобен, когда множества имеют по пять-шесть элементов.

Давайте начнем с простой задачки, она более наглядна, так как в ней всего два множества, присутствует малое количество объектов, и вся таблица заполняется из условия.

1. Аня, Женя и Нина спросили, какие отметки им поставили за контрольную работу по математике. Учитель ответил: «Плохих отметок нет. У вас троих они разные. У Ани не «3», у Нины не «3» и не «5» ». Кто какую отметку получил?

Ученики в это время решают данную задачу, я помогаю им в рассуждениях.

Решение:

В задаче можно выделить два множества: множество оценок и множество имен. Каждое множество состоит из трех элементов. Это «3», «4», «5» с одной стороны и Аня, Женя, Нина с другой. Составим таблицу исходных данных. Согласно тому, что у Ани не «3», значит в пересечение столбца «Аня» и строки «3» ставим знак «-».

Согласно тому, что у Нины не «3» и не «5», значит, поставим в пересечении столбца «Нина» и строк «3» и «5» знак «-».

оценка	Аня	Женя	Нина
3	-		-
4			
5			-

Из таблицы видно, что у Нины «4», значит, ставим в соответствующей ячейке знак «+». А также ставим знак «-» в пересечении строки «4» и столбцов «Аня» и «Женя».

Таким образом, у Ани не «3», но и не «4», значит у Ани «5», ставим соответствующие знаки в соответствующие ячейки.

Тогда, очевидно, у Жени «3» (не «4» и не «5»).

оценка	Аня	Женя	Нина
3	-	+	-
4	-	-	+
5	+	-	-

О т в е т: у Ани «5», у Жени «3», у Нины «4».

Давайте сейчас попробуйте сами по рассуждать, кто- то из вас идет к доске. Учитель в это время садится на стул, и помогает в рассуждении.

2. Три девочки были в белом, красном и голубом платьях. Их туфли были тех же трёх цветов.

1. Только у Тамары цвет платья и туфель совпали.

2. Валя была в белых туфлях.

3. Ни платье, ни туфли Лиды не были красными.

Определите цвет платья и туфель каждой из девочек

Решение.

I способ. С помощью совмещенной таблицы.

Данная задача трехмерная, следовательно, нужно найти соответствия между множествами (имена и туфли, имена и платья, платья и туфли). Для этого используют 3 таблицы, которые затем совмещаются. Таблица заполняется из условий. Знак «+» ставится тогда, когда выясняется точное соответствие между элементами множеств, знак «-» ставится тогда, когда выясняется несоответствие. Если в какой-то строке малой таблицы получается два знака «-», то в третьей нужно поставить знак «+». Из условия 2 в таблице ставится знак «+» на пересечении графа «Валя» и «Белые туфли». Также из условия 2 получается, что Валя была в белых туфлях, а туфли Лиды не были красными, следовательно, Лида была в голубых туфлях, а Тамара в красных. У Тамары цвет туфель и платья совпали по условию 1, а у двух других девочек нет, следовательно, у Вали было голубое платье, а у Лиды белое.

	Белые туфли	Красные туфли	Голубые туфли	Белое платье	Красное платье	Голубое платье	
Тамара	-(2)	+	+	-	+(1)	-	
Валя	+(2)	-(2)	-(2)	-	-	+	
Лида	-(2)	-(3)	+(3)	+	-(3)	-	
				+	-	-	Голубые туфли
				-	+	-	Красные туфли
				-	-	+	Белые туфли

Ответ: Тамара – красные туфли, красное платье; Валя – белые туфли, голубое платье; Лида – голубые туфли, белое платье.

Решение с помощью таблицы дает наглядность и логичность, что способствует уверенности в правильности ответа, но занимает большое количество времени. Решение с помощью рассуждений занимает меньше времени, но в рассуждениях легко допустить ошибку.

Следующая задача так же проста в решении если ее решать при помощи таблицы. Занести все данные в таблицу и потом посмотреть что у нас не известно, и начинать рассуждать. Рисуем таблицу:

3. В одном небольшом кафе в смене одновременно работали 5 человек:

администратор, повар, кондитер, кассир, дворник. Одновременно на работу

выходили мисс Галбрейт, мисс Шерман, мистер Вильямс, мистер Вортман и мистер Блейк. При этом известно, что:

1. Повар – холостяк.
2. Кассир и администратор жили в одной комнате, когда учились в колледже.
3. Мистер Блейк и мисс Шерман встречаются только на работе.
4. Миссис Вильямс расстроилась, когда муж сказал ей, что администратор отказал ему в отгуле.

Вортман собирается быть шафером на свадьбе у кассира и кондитера.

Кто на какой должности в этом кафе?

Решение:

м	ж		Мисс Галюрей т	Мисс Шерма н	Мистер Вильям с	Мисте р Блейк	Мистер Вортма н
	+	повар	-	-	-	-	+
+		администрато р	-	+	-	-	-
+		кассир	+	-	-	-	-
	+	кондитер	-	-	-	+	-
	+	дворник	-	-	+	-	-

Следующая задача называется «Город мастеров». В ней уже на много больше объектов и в таблице много не известного, что делает задачу сложной для понимания. Читаем задачу, и идем к доске разбирать. Ученики читают про себя. После чего один ученик идет к доске.

5. В нашем городе живут 5 друзей: Иванов, Петров, Сидорчук, Веселов и Гришин. У них разные профессии: маляр, мельник, парикмахер, почтальон, плотник. Но я точно знаю, что Петров и Гришин никогда не держали в руках малярной кисти, а Иванов и Гришин давно собираются посетить мельницу, где работает их товарищ. Петров и Веселов живут в одном доме с почтальоном. Иванов и Петров каждое воскресенье играют в городки с плотником и маляром, а Гришин и Веселов по субботам встречаются в парикмахерской, где работает их друг. Почтальон же предпочитает бриться дома. Помогите мне установить профессию каждого из друзей.

Решение. Решая задачу, мы заведомо знаем, что у каждого товарища одна фамилия и одна профессия (и у всех разные).

Заполнив по условию задачи таблицу, сразу получим два типичных решения: Гришин - плотник, а Иванов - парикмахер (рис. 5). Дальше ответ получается автоматически, но этот «автоматизм» можно «перевести» на язык логических рассуждений. Такой «перевод» и интересен, и помогает увидеть, откуда берется решение.

профессия	почтальон	маляр	мельник	парикмахер	плотник
Фамилия					
Гришин	-	-	-	-	+
Иванов	-	-	-	+	-
Сидорчук				-	-
Петров	-	-		-	-
Веселов	-			-	-

Рис.5.

После того, как произошло «сужение информации» и точно установлено, что Гришин - плотник, а Иванов - парикмахер, рассуждать можно так: т.к Иванов не почтальон (он парикмахер) и из условий задачи следует, что Гришин, Петров и Веселов не работают почтальоном, значит, Сидорчук - почтальон (а значит, не маляр и не мельник); мельником может быть только Петров, а Веселов - маляром. Эта задача предполагает только одно решение.

Следующая задача более сложная для понимания, так как в ней присутствуют родственные связи которые немного путают, но все же, задача очень полезна для развития логики. Давайте прочитаем задачу, после этого следующий идет к доске, и мы разбираем.

6. В семье пять человек: муж, жена, их сын, сестра мужа и отец жены. Их профессии - инженер, юрист, слесарь, учитель и экономист. Известно, что юрист и учитель - не кровные родственники. Слесарь младше экономиста, и оба играют в футбол за сборную своего завода. Инженер моложе учителя, но старше жены своего брата. Назовите профессии каждого.

Ответ:

Только один человек в семье имеет брата - это сестра мужа. Поэтому ее профессия - инженер. Жена - не слесарь и не экономист (кто-нибудь видел когда-нибудь женские футбольные сборные на наших заводах?). Следовательно, она учитель либо юрист. Учителем она быть не может, так как в этом случае она была бы одновременно и старше, и моложе, чем инженер. Следовательно, жена - юрист, а учитель - тот, кто не является ей кровным родственником, то есть ее муж. Оставшиеся родственники (слесарь и экономист по профессии) - это родные дед и внук. Так как слесарь младше, то слесарь - это сын, а экономист - его дед, то есть отец жены.

Таким же способом можно находить соответствие между тремя множествами. Эта задача остается на дом.

7. Маша, Женя, Лида и Катя умеют играть на различных инструментах (виолончели, рояле, гитаре и скрипке). Они же владеют различными иностранными языками (английским, французским, немецким, испанским), но каждая только одним. Известно, что девушка, которая играет на гитаре, говорит по-испански, Лида не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает английского языка, так же как и Маша. Девушка, которая говорит по-немецки, не умеет играть на виолончели, Женя знает французский язык, но не умеет играть на скрипке. Кто же из девушек какой язык знает и на каком инструменте играет?

Решение. Обозначим имена: М, Ж, Л, К; музыкальные инструменты: В, Р, Г, С; иностранные языки: А, Ф, Н, И. Получаем два частичных решения задачи: К-С-А и Ж-В-Ф (рис. 4).

	М	Ж	Л	К
В	А			
Р	Ф			
Г	Н			
С	И			

Рис.4.

Далее же задача допускает два решения: М-Р-Н, Л-Г-И или М-Г-И, Л-Р-Н. Любое из этих решений не противоречит условию задачи.

На этом наш урок подходит к концу, и я бы хотела узнать, насколько вам была понята данная тема. Вам на дом я вам раздам задачи для самостоятельной проверки. Критерии к выполнению работы указаны. Урок окончен, всем спасибо.

Литература

1. Горбачев, Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике, М.: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2010. — 560 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9326
2. <http://edu-lib.net/matematika-2/dlya-shkolnikov/gorbachyov-n-v-sbornik-olimpiadnyih-zada>
3. Библиотека издательства МЦНМО / <http://ilib.mccme.ru/>
4. <http://uchilok.net/matematika/944-sootvetstvija-mezhdu-mnozhestvami.html>
5. http://studopedia.su/7_9985_graf-i-grafik-sootvetstviya-sootvetstvie-obratnoe-dannomu-vidi-sootvetstviy.html
6. <http://www.s6.lobnya.com/text/akulshina.pdf>

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Система оценивания:

Первые 3 задачи- оценка 3-4

4-я задача- оценка 5

Задача № 1.

Коля, Боря, Вова, Юра заняли первые четыре места в соревнованиях. На вопрос, какие места они заняли, трое ответили: Коля ни 1-е, ни 4-е; Боря -2-е; Вова – ни 4-е. Какие места заняли мальчики?

Решение:

Составим таблицу исходных данных

место	Коля	Боря	Вова	Юра
1-е	-			
2-е		+		
3-е				
4-е	-		-	

Между множеством имён мальчиков и множеством завоеванных мест должно быть взаимно однозначное соответствие.

У Коли ни 1-е, ни 4-е, но и ни 2-е (оно у Бори), следовательно, у него 3-е место.

У Вовы ни 4-е, ни 3-е, ни 2-е, значит, -1-е место.

У Бори 2-е место (по условию).

Значит, у Юры 4-е место.

ОТВЕТ (в виде таблицы с исходными данными):

место	Коля	Боря	Вова	Юра
1-е	-		+	
2-е		+		
3-е	+			
4-е	-		-	+

Задача № 2

Беседуют трое друзей: Белокуров, Рыжов и Чернов. Брюнет сказал Белокурову: «Любопытно, что ни у кого из нас цвет волос не соответствует фамилии, да и ты не брюнет». Какой цвет волос у каждого из друзей?

Решение:

Составим таблицу:

	рыжий	черный	русый
Белокуров		-	-
Чернов		-	

Рыжов	-		
-------	---	--	--

Так как между множеством фамилий участников беседы и множеством цвета волос должно быть взаимно однозначное соответствие, то получаем:

	рыжий	черный	русый
Белокуров	+	-	-
Чернов	-	-	+
Рыжов	-	+	-

ОТВЕТ: Белокуров – рыжий, Чернов – блондин, Рыжов – брюнет.

Задача № 3.

В чашке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас, и вода. Известно, что вода и молоко находятся не в чашке; сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом; в банке не лимонад и не вода; стакан стоит около банки и сосуда с молоком. В каком сосуде налита какая жидкость?

Решение: В банке может быть только квас, ибо из условия следует что там не лимонад, не вода и не молоко. В чашке – лимонад, так как известно, что там не молоко и не квас. Поскольку в стакане не молоко и не квас, не лимонад- значит вода, а в кувшине-то, что осталось, то есть молоко. Таким образом, получаем:

	МОЛОКО	лимонад	квас	вода
Чашка	-	+	-	-
Стакан	-	-	-	+
Кувшин	+	-	-	-
Банка	-	-	+	-

ОТВЕТ: В чашке – лимонад, в стакане – вода, в кувшине – молоко, в банке – квас.

Задача № 4.

В авиационном подразделении служат Потапов, Щедрин, Семенов, Коновалов и Самойлов. Их специальности (они перечислены не в том же порядке, что и 5 фамилии): пилот, штурман, бортмеханик, радист и синоптик. Об этих людях известно следующее:

1. Щедрин и Коновалов не умеют управлять самолетом.
2. Потапов и Коновалов готовятся стать штурманами.
3. Щедрин и Самойлов живут в одном доме с радистом.
4. Семенов был в доме отдыха вместе со Щедриным и сыном синоптика.

5. Потапов и Щедрин в свободное время любят играть в шахматы с бортмехаником.

6. Коновалов, Семенов и синоптик увлекаются боксом.

7. Радист боксом не увлекается.

Решение.

Начнем решение задачи с построения логического квадрата. Элементы первого множества (фамилии) записываем в строках, а элементы второго множества (профессии) расположим по колонкам. И вот что у нас получается:

	пилот	штурман	бортмеханик	радист	синоптик
Потапов					
Щедрин					
Семенов					
Коновалов					
Самойлов					

А теперь проведем анализ условия задачи, сделаем на его основе выводы и зафиксируем их в таблице. Из условия 1 следует, что ни Щедрин, ни Коновалов пилотом быть не могут. Поставим на соответствующих клетках (на пересечении фамилии и профессии) знак «минус». Из условия 2 ясно, что ни Потапов, ни Коновалов пока еще не штурманы. Занесем в таблицу и это. Условие 3 приводит к выводу, что радист не Щедрин и не Самойлов. Запишем. Условие 4 говорит о том, что фамилия синоптика не Щедрин и не Семенов. Отметим и это. Условие 5 подсказывает, что бортмеханик не Потапов и не Щедрин. Записав это в таблицу, мы увидим, что в строке «Щедрин» знаками «минус» заполнены все клетки, кроме одной, говорящей о том, что Щедрин может быть только штурманом, и никем иным. Отметим этот вывод и поставим в соответствующей клетке знак «плюс». А поскольку, согласно условию задачи, речь идет только об одном штурмане, то и в столбце «штурман» в оставшихся незаполненных клетках проставляем знаки «минус». И вот что получается на данный момент:

	пилот	штурман	бортмеханик	радист	синоптик
Потапов		-	-		
Щедрин	-	+	-	-	-
Семенов		-			-
Коновалов	-	-			
Самойлов		-	-	-	

Продолжим анализ. Из условия 6 видно, что синоптик – не Коновалов и не Семенов. Отмечаем это в таблице. Условие 7, сопоставленное с условием 6, показывает, что радист – не Коновалов и не Семенов. Ставим в соответствующие клетки знак «минус». Теперь в строке «Коновалов»

осталась одна клетка, в которой не стоит знак минус, следовательно, Коновалов – бортмеханик. Отмечаем этот вывод знаком «плюс», а в других незаполненных клетках в столбце «бортмеханик» проставляем знаки «минус», так как других бортмехаников по условию задачи нет.

Не стоит знак «минус» и в верхней клетке, в столбце «радист». Эта клетка расположена в строке «Потапов». Значит, Потапов – радист. Отметим это знаком «плюс» и заполним знаками «минус» другие свободные клетки в строке «Потапов» (ведь никем, кроме радиста, он быть не может). Теперь из таблицы видно, что пилот – Семенов, а синоптик – Самойлов. Решение задачи завершено. Вот заполненная до конца таблица:

	пилот	штурман	бортмеханик	радист	синоптик
Потапов	-	-	-	+	-
Щедрин	-	+	-	-	-
Семенов	+	-	-	-	-
Коновалов	-	-	+	-	-
Самойлов	-	-	-	-	+